

Titolo: Matematica inclusiva con l'Intelligenza Artificiale Generativa: un percorso possibile?

Title: Inclusive Mathematics with Generative Artificial Intelligence: a possible path?

Fabio Corsi ^{1*}

¹ Università di Verona, Dipartimento di Scienze Umane; fabio.corsi@univr.it

* Correspondence: fabio.corsi@univr.it; Tel.: +393470076598

Abstract: L'insegnamento della matematica sta vivendo un processo di cambiamento in tutti gli ordini di istruzione. Nel corso dell'ottavo e nono ciclo del TFA presso l'Università di Verona, alcuni gruppi di insegnanti specializzandi sul sostegno si sono chiesti se alle istanze di maggiore praticità e minore astrattezza si possa coniugare l'inclusione degli studenti con bisogni educativi speciali. La presenza dell'IA generativa rappresenta una nuova frontiera: è possibile generare testi alternativi che aiutano a semplificare la decodifica, sostituire le immagini con descrizioni alternative, ipotizzare nuovi approcci didattici. Tuttavia, ci sono limitazioni di cui studenti e insegnanti non sono ancora consapevoli: testi digitali talvolta poco accessibili; distorsioni e "allucinazioni della macchina" insite alla AI. Con l'aiuto di alcuni studenti con bisogni educativi speciali, che hanno svolto il PCTO presso il TFA, quattro classi di insegnanti di scuola secondaria di primo e di secondo grado mostrano caratteristiche e limitazioni dell'IA nell'approccio inclusivo alla matematica, con uno sguardo ad una normativa italiana e internazionale ancora in fase di sviluppo.

Parole chiave: AI generativa, didattica della matematica, inclusione

Abstract: The teaching of mathematics is undergoing a process of change at all levels of education. During the eighth and ninth cycles of the TFA program at the University of Verona, some groups of specialized support teachers have explored whether greater practicality and reduced abstraction can be combined with the inclusion of students with special educational needs. The presence of generative AI represents a new frontier: it is possible to generate alternative texts that simplify decoding, replace images with alternative descriptions, and propose new teaching approaches. However, there are limitations that students and teachers are not yet fully aware of, such as digital texts that are sometimes not very accessible and the distortions or "hallucinations" inherent in AI. With the help of some students with special educational needs, who participated in the PCTO program at the TFA, four groups of teachers about low and high school examine characteristics and limitations of AI in an inclusive approach to mathematics, while also considering an evolving Italian and International Law framework.

Keywords: Generative AI, teaching of mathematics, inclusion



1. Introduzione: visioni letterarie e mondo reale

Nel suo saggio del 1998, “Il linguaggio della matematica”, Keith Devlin la definisce come «ciò che rende visibile l’invisibile» (Devlin, 1998). Il libro, un riuscito tentativo di far comprendere l’essenza della matematica ai non esperti, non fu un caso isolato; nell’arco di pochi anni saranno pubblicati “Il Teorema del Pappagallo” (1998) e “La chioma di Berenice” (2003), entrambi del matematico francese Denis Guedj, due racconti d’avventura per ragazzi la cui trama si sviluppa attorno la conoscenza della matematica; oltre oceano, in Brasile nel 1996, il matematico Malba Tahan (pseudonimo di Júlio César de Melo e Sousa) pubblica “L’uomo che sapeva contare”, epigono de “Le mille e una notte” in chiave matematica; pochi mesi e, nel 1997, Hans M. Enzensberger pubblica “Il Mago dei Numeri”, un racconto per ragazzi sulla magia della matematica; dello stesso anno è “Il bernoccolo della matematica” (1997) di Stanislas Dehaene (allievo del neurologo Jean-Pierre Changeux), un saggio divulgativo sulla neurobiologia dei meccanismi cerebrali del calcolo. In pochi anni, alla fine XX secolo, l’interesse popolare per la matematica si diffonde attraverso numerosi casi editoriali di successo, pubblicazioni a cui ne seguiranno molte altre: la matematica diventa divulgativa, “visibile” ciò che era considerato “invisibile” ai non esperti.

C’è stato un periodo, circa trent’anni fa, in cui la diffusione della matematica è stato un argomento di tendenza, nella letteratura popolare; ad oggi, qual è uno dei *trend topic* dell’editoria divulgativa? Tale attenzione sembra essersi spostata sull’Intelligenza Artificiale, divenuta sempre più diffusa. Il termine “invisibile” sembra essere ricorrente: del 2016 è “Il mondo invisibile” di Liz Moore: Ada Sibelius è la figlia dodicenne di David, un genio dell’informatica che, negli Anni Sessanta, crea *Elixir*, il primo programma in grado di replicare il linguaggio umano. Quando il padre si ammala gravemente, *Elixir* rimarrà l’unico strumento in mano a Ada per conoscere la storia del suo passato. In prospettiva inclusiva, il racconto pone un’ipotesi interessante: la AI è in grado di sostituire il suo creatore nella disabilità e di sopravvivere alla sua morte? Fino a dieci anni fa tale ipotesi poteva essere considerata nei libri di fantascienza o da parte degli sviluppatori della AI: oggi numerose pubblicazioni rendono comprensibile al grande pubblico quanto tutto ciò sia plausibile: lo spiega Nello Cristianini, professore di intelligenza artificiale all’Università di Bath, attraverso una trilogia (“La Scorciatoia”, 2023; “Machina Sapiens”, 2024; “Sovrumano”, 2025; ed. Il Mulino, Bologna) per capire in che modo queste macchine siano diventate intelligenti senza pensare in modo umano.

I risultati di PISA 2022 mostrano un dato importante in relazione alla matematica: in media, nei paesi OCSE, il 31,1% di ragazzi e ragazze di 15 anni ancora si trova sotto il livello 2 di competenza matematica. Nel caso dell’Italia, la percentuale si attesta vicino alla media OCSE: il 29,6% non raggiunge il livello 2. Solo il 6,9% degli studenti italiani si colloca invece a un



livello 5 o 6 (contro l'8,7% della media OCSE). Una situazione che ha spinto il Ministero dell'Istruzione e del Merito alla proposta di cambiare l'insegnamento della matematica, rendendolo più adeguato alle esigenze, meno astratto e più pratico (Corriere della Sera, 17 novembre 2022). Nel corso delle ultime due edizioni del TFA - ottavo e nono ciclo - presso l'Università di Verona, con gli insegnanti in formazione ci si è chiesti se e in quale modo l'apporto della AI potesse rendere la matematica più inclusiva per gli studenti con disabilità e con bisogni educativi speciali. La prospettiva non è quella di creare una matematica "adattata", ma inclusiva nel senso più ampio del termine: se è accessibile agli studenti più fragili, lo diventa anche per tutti gli altri. L'ostacolo più impegnativo da superare è probabilmente il cambiamento: il rapporto Ocse Pisa del 2022 riporta una progressiva disaffezione degli studenti alla matematica, gli insegnanti specializzati sul sostegno spesso riferiscono una certa riluttanza conservatrice da parte dei colleghi curricolari di matematica; inoltre, la presenza della AI nella scuola sta sortendo la stessa diffidenza manifestata alcuni decenni fa dall'introduzione degli strumenti di calcolo automatico: allora vi era il timore che gli studenti perdessero le abilità di calcolo, ora quello che si facciano interamente sostituire dalla AI. L'intelligenza artificiale gode oggi di larga fama e diffusione, tra promotori e detrattori, con poche indicazioni in merito al suo utilizzo (Regolamento Europeo 2024/1689 *AI Act*; *Ethics guidelines for trustworthy AI*, European Commission, 2019). La realtà è che gli studenti usano gli strumenti a loro disposizione, talvolta senza esserne adeguatamente consapevoli: accompagnarli in questo percorso è prima di tutto un atto di responsabilità educativa.

2. Metodo: il disegno di ricerca

Questa sperimentazione è stata condotta da febbraio 2024 a maggio 2025, durante il TFA presso il Dipartimento di Scienze Umane dell'Università di Verona. Gli insegnanti coinvolti sono stati circa un centinaio, ripartiti in tre classi per la specializzazione di secondaria di primo grado e due classi per la specializzazione di secondaria di secondo grado. «Le attività di laboratorio sono realizzate privilegiando modalità di apprendimento cooperativo e di ricerca-azione, attraverso lavori di gruppo ed esperienze educative reali o simulate» (D.M. 30 settembre 2011, all. B, nota all'art. 2): coniugando trasversalmente le competenze acquisite durante i laboratori di "didattica speciale per le minorazioni sensoriali" e "codici del linguaggio logico e matematico" si è proceduti a:

1. Studiare le possibilità e i limiti offerte dalla Ai Generativa per la didattica inclusiva della matematica e la soluzione dei problemi, attraverso una lettura sinottica della letteratura scientifica.
2. Definire il ruolo generativo dell'errore matematico: grazie alla presenza di alcuni studenti con bisogni educativi speciali, che hanno svolto parte del loro percorso trasversale per le competenze



e l'orientamento (PCTO) al TFA, si è chiesto ad alcune piattaforme di AI generativa di aiutarli a trovare gli errori nelle procedure di calcolo, nella decodifica dei testi di problemi matematici e di espressioni algebriche. In tal modo, docenti in formazione e studenti hanno scoperto insieme limiti e risorse della GenAI nella strutturazione della didattica inclusiva.

3. Valutare l'accessibilità delle diverse piattaforme di AI Generativa da parte degli studenti ciechi, secondo i criteri indicati dal World Wide Web Consortium (W3C) e da Web Content Accessibility Guidelines (WCAG), scoprendo le risorse della GenAI in termini di creazione di *alternative text* per le minorazioni sensoriali, come pure le sue distorsioni e idiosincrasie.

2.1. *Matematica e Intelligenza Artificiale*

Le prime piattaforme di intelligenza artificiale fruibili a tutti appaiono su web alla metà degli anni 2010: IBM Watson del 2011 e, a seguire, Google AI del 2015, a cui sono seguiti molti altri. In linea di principio, le piattaforme AI si possono suddividere in “probabilistiche” e in “deterministiche”: le seconde sono meno note al grande pubblico, e sono state create per scopi specifici come Sat Solvers, programmi informatici progettati per risolvere problemi di soddisfacibilità booleana, (Dean and Naibo, 2024, p.29). L'intelligenza artificiale generativa è una classe distinta di IA probabilistica e una tecnologia incredibilmente potente: l'IA generativa può essere definita come una tecnologia che sfrutta i modelli di deep learning per generare contenuti simili a quelli umani (ad esempio, immagini, parole) in risposta a richieste complesse e varie (ad esempio, lingue, istruzioni, domande). È anche importante distinguere l'IA generativa con concetti correlati: ha la capacità unica non solo di fornire una risposta, ma anche di generare il contenuto in tale risposta, andando oltre le interazioni simili a quelle umane nell'IA conversazionale. Inoltre, l'IA generativa può generare nuove risposte oltre alla sua programmazione esplicita, mentre l'IA conversazionale si basa tipicamente su risposte predefinite. Tuttavia, non tutta l'IA generativa è conversazionale e non tutta l'IA conversazionale ha la capacità di generare contenuti. I modelli di intelligenza artificiale aumentata, come ChatGPT, combinano l'intelligenza artificiale generativa e conversazionale per migliorare le loro capacità (Lim et al, 2023, p.2). Pertanto, l'AI generativa rinnova costantemente i contenuti alle proprie risposte, ma non è detto che la risposta data in un certo momento sia quella definitiva. Paradossalmente, può essere innovativa per creare costrutti del tutto inediti, ma essere poco attendibile qualora sia richiesto il rigore di una dimostrazione matematica, o quando sia applicata alla ricerca di un errore logico all'interno di un procedimento: esattamente quanto ci è capitato di riscontrare – con gli insegnanti e gli studenti in PCTO - nella spiegazione di errori matematici o procedurali durante la soluzione dei problemi. Come a dire: se in matematica vi è un modo solo di procedere correttamente (anche questa affermazione è



vera solo in parte, come si dimostrerà in seguito) vi sono infiniti modi di compiere errori, e non sempre la AI generativa è in grado di darne una spiegazione coerente.

Qual è la funzione attuale della AI generativa nello studio della matematica nella scuola secondaria? Quale può essere il ruolo nella implementazione di una didattica inclusiva? Il dibattito scientifico è completamente aperto, tra promotori e detrattori: non vi è una percezione univoca perché la presenza della AI generativa evidenzia alcuni paradossi. Come evidenziato da Lim e colleghi (Lim et al, 2023, p.3), la AI è un “amico ma un nemico”: facilita l’accesso alla conoscenza, ma non necessariamente crea nuovi contenuti, tanto da essere stata marchiata da un intellettuale come Chomsky (in Lim et al, 2023, p.3) come un «*high-tech plagiarism*»; in secondo luogo, è “capace ma dipendente”, nella misura in cui i contenuti dipendono strettamente dalla correttezza dei prompt che vi sono forniti, e comunque non esime dal giudizio critico le persone che la utilizzano; in terzo luogo, è “accessibile ma restrittiva”: le interfacce delle diverse piattaforme AI non hanno un’architettura comune e armonica, e spesso risultano poco o per nulla accessibili a persone con bisogni educativi speciali (Adnin & Das, 2024, p. 2 e 11); infine, impatta perfettamente con la tendenza, tutta adolescenziale, del “fascino del proibito” ogni qual volta sia bandita dallo studio scolastico per motivi di indebito utilizzo (“popolare quando è vietata”). Nello specifico, gli studenti affrontano problemi di accessibilità, imprecisioni, allucinazioni e idiosincrasie associate a GenAI e sviluppano modelli mentali interessanti (ma spesso imperfetti) di come funzionano questi strumenti (Adnin & Das, 2024, p.6).

Cosa potrebbe essere sensato fare, per non perdere un’altra occasione di ripensare la didattica della matematica? Ci sono ragioni di principio per ritenere che risolvere questioni aperte in matematica rimarrà difficile per i computer essenzialmente per la stessa ragione per cui è difficile per gli esseri umani, vale a dire perché è un compito intrinsecamente difficile da svolgere per qualsiasi sistema computazionale: la scoperta di dimostrazioni può essere considerata come un problema decisionale con un numero infinito di istanze, e - come osservava Gödel (Schiavetti & Corsi, 2020, p21) - decidere la verità in matematica è questione completamente diversa dalla mera dimostrabilità (Dean & Naibo, 2024, p.6). Alcune piattaforme di GenAI tengono conto di queste ragioni, e i risultati in merito al loro utilizzo sono ancora timidi ma promettenti. QED-Tutrix è un sistema di tutoraggio basato sulla programmazione logica e fornisce elementi matematici (come risultati o proprietà) che sono rilevanti per la dimostrazione: implica che il software deve essere in grado di valutare, al volo, la validità della proposizione matematica che lo studente sta inserendo, sia nella sua forma che nella sua rilevanza per la risoluzione del problema in questione. Ciò significa che il software deve conoscere, in anticipo, l’intero insieme di prove che uno studente potrebbe fornire. Infine, il software è in grado di determinare la



prova su cui lo studente sta lavorando in tempo reale. Ciò richiede la creazione di diverse strutture per memorizzare e manipolare la progressione dello studente sulla sua personale dimostrazione (Lagrange et al, 2024, p. 14)

Al netto di ogni possibile considerazione, la presenza della AI generativa è un dato di fatto, pertanto: demonizzarne la presenza è del tutto inutile. A ben guardare, sta producendo lo stesso effetto, a distanza di qualche decennio, della rivoluzione portata dall'introduzione della calcolatrice scientifica: la possibilità di automatizzare alcune procedure di calcolo è stata vista come una facilitazione indebita alle capacità di calcolo mentale degli studenti; d'altro canto, ha permesso di togliere fatica dallo svolgimento di alcune procedure per liberare risorse mentali a favore di processi cognitivi più astratti e complessi. E se la presenza della AI generativa fosse una "evoluzione" del calcolo automatico? Una ricerca di Lagrange e collaboratori (Lagrange et al, 2023, p.4) sembra andare in questa direzione: analizzando diverse piattaforme di AI generativa nelle scuole superiori si rileva una massiccia presenza di strumenti per lo studio della Geometria, in primis GeoGebra. Il guadagno, in termini di metacognizione, è rilevante: l'insegnamento della geometria, quando gli studenti hanno a disposizione strumenti di dimostrazione automatici, non è più una mera ripetizione del curriculum tradizionale; la geometria, con questi strumenti, diventa un contesto più ricco per lo sviluppo del ragionamento umano. Ma è stata condotta pochissima ricerca in didattica della matematica: gli studenti nell'approccio alle funzioni matematiche mancano di capacità manipolative algebriche: il problema principale è che non riescono a dare un senso agli oggetti che devono manipolare. Anche se sono abili nell'uso di formule, grafici e tabelle, la x nella notazione $f(x)$ ha pochissimo significato per loro. Il passo mancante è la quantificazione: gli studenti comprendono una covariazione tra oggetti geometrici, ma generalmente non vedono che x e $f(x)$ rappresentano quantità covariabili algebricamente (Lagrange et al, 2023, p. 10).

2.2. L'errore "generativo": una valutazione metacognitiva della GenAI e un'occasione di creare didattica inclusiva

Il termine "errare" è qui volutamente inteso nella sua etimologia latina, quella di vagare senza una meta precisa. Errare è un processo creativo: permette di scoprire cose che non si noterebbero seguendo la via maestra; con questo atteggiamento docenti e studenti hanno esplorato alcune piattaforme di GenAI chiedendo loro di trovare gli errori nella risoluzione di problemi tratti dai libri di testo delle scuole secondarie di primo e secondo grado. I quesiti scelti sono di tipologia differente, proprio per valutare la differenza nelle risposte: un errore in un'espressione algebrica, un triangolo che non può essere un triangolo, una costruzione di geometria euclidea che chiede di operare delle scelte per poter essere risolta.



Figura 1: i tre quesiti

Testo A: trova l'errore	Testo B: il problema di Camilla	Testo C: trova almeno una soluzione
$a=b=1$ $a^2=ab$ $a^2-b^2=ab-b^2$ $(a+b)(a-b)=b(a-b)$ $(a+b)(a-b)=b(a-b)$ $a+b=b$ $2=1$???	Disegna un triangolo ABC con la base AB di 8 cm, l'altezza CH di 5 cm e l'angolo in C di 60°. Traccia le tre bisettrici del triangolo e indica l'ortocentro O. Sotto il disegno, indica le misure degli angoli usando il goniometro.	Dati due assi cartesiani, traccia un quarto di cerchio ed inscrivilo in un quadrilatero il cui vertice tocca l'arco della circonferenza e la cui base è metà del raggio del cerchio; determina la lunghezza della diagonale che parte dall'asse y e arriva all'asse x.

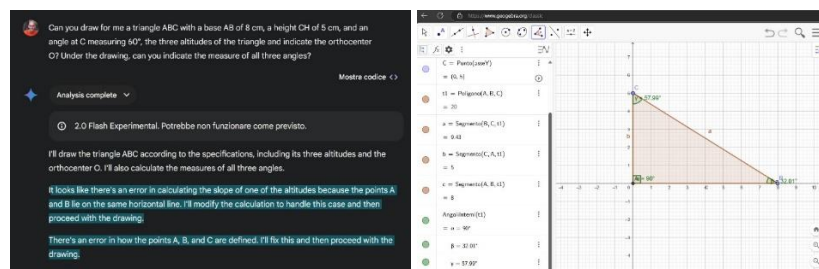
Il testo A contiene un errore concettuale; il testo B descrive un triangolo che non può sussistere con i dati forniti; il testo C contiene delle ambiguità e richiede delle scelte per essere risolto. Si parte dall'analisi della struttura semantica dell'enunciato per valutare se sia coerente, completa, priva di errori. In una prima fase, i quesiti sono stati risolti manualmente; in un secondo momento, i medesimi enunciati sono stati posti ad alcune piattaforme di GenAi. Di seguito riportiamo un confronto tra le diverse soluzioni trovate.

Testo A: questo esercizio valuta la metacognizione nell'applicazione dei criteri di equivalenza nelle equazioni: nella seconda riga, entrambi i membri sono moltiplicati per la medesima quantità a ; nella terza riga, ad entrambi i membri dell'equazione si sottrae la stessa quantità b^2 ; nella quarta riga si scompongono i quadrati notevoli (primo membro) e si procede ad un raccoglimento (secondo membro); quindi, alla quinta riga si procede a semplificare (cioè: dividere entrambi i membri dell'equazione per una stessa quantità). Poiché a e b sono uguali, dividere per $a-b$ significa dividere per zero, un'operazione matematica non possibile, da cui scaturisce il paradosso dei risultati alla sesta e settima riga. Studenti e docenti non colgono immediatamente la natura dell'errore: il testo è strutturato in modo tale che, per "colpo d'occhio" tutti i passaggi logici sembrano rispettati; la contraddizione emerge solo quando si comprende semanticamente il significato dell'argomentazione, confrontando le condizioni iniziali ($a=b$) con la divisione alla quinta riga. A questo punto, adulti e studenti si danno spiegazioni differenti: i docenti colgono che "manca un'informazione" (stabilire nelle condizioni di esistenza che non posso dividere se a e b sono uguali), mentre i ragazzi "interpretano il significato" (dividere per zero genera delle contraddizioni inaccettabili in matematica). Le piattaforme GenAI cadono in modo simile: se si propone il quesito con un prompt visivo (l'immagine in jpg del quesito) tendono a sbagliare con maggiore frequenza di quelle che richiedono prompt testuali o scritti direttamente in codice sorgente (python o altri). Tra le piattaforme GenAI consultate: Gemini non risolve la contraddizione se il prompt è un'immagine, per la quale riferisce "l'equazione è errata: è necessario controllare l'equazione originale e

identificare l'errore". Ma, sempre Gemini, risolve correttamente se il prompt è testuale. L'app Photomath riferisce "Oops! Non possiamo ancora risolvere questo problema, ma lo faremo presto". La stessa dicotomia si rileva per altre piattaforme GenAI, meno note ma recensite come diffuse (Smodino Omni, Socratic, Wolfram Alpha, Pop AI): se l'input è grafico le soluzioni sono ambigue; se è testuale, i risultati sono corretti.

Testo B: "il problema di Camilla". Camilla è una studentessa di secondaria di primo grado, figlia di un'insegnante specializzata per il sostegno. Riceve dalla sua docente di matematica il problema illustrato nel box: nella classe, pochi riescono a risolverlo, e nessuno è certo della soluzione. Il problema è strutturale: il testo contiene degli errori tali per cui la domanda interna al problema non può essere soddisfatta. Gli insegnanti fanno un primo tentativo con Gemini, che risponde di aver trovato un errore e di non essere in grado di produrre un disegno; quindi: consiglia di provare a risolvere il problema con Geogebra. Nella figura che segue si presenta il confronto tra Gemini e Geogebra.

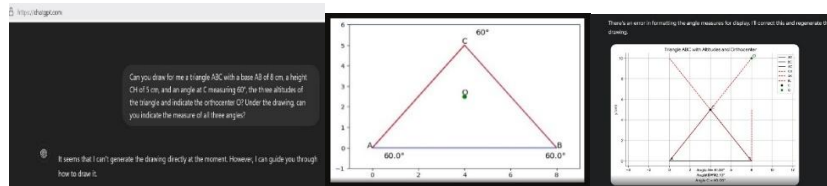
Figura 2: comparazione tra Gemini (a sinistra) e Geogebra (a Destra)



Il testo viene quindi sottoposto a Copilot e alla app Photomath: anche Copilot rileva la presenza di un errore, scrivendo: "sembra che ci sia stato un problema e al momento non posso generare un'immagine per te. Tuttavia, posso guidarti attraverso i passaggi per disegnarla da solo: 1) disegna la base AB: traccia un segmento di linea AB lungo 8 cm; 2) disegna l'altezza CH: da A, traccia un segmento di linea perpendicolare CH lungo 5 cm; 3) disegna l'angolo in C: da H, traccia un segmento di linea HC in modo che l'angolo in C sia di 60° ; 4) completa il triangolo: collega i punti B e C per completare il triangolo ABC.". Si nota che, nel punto 2) vi è una contraddizione semantica: non è possibile partire dal punto A e tracciare un segmento denominato CH, poiché il punto A finirebbe con il coincidere con B o con H. Quindi la risposta di Copilot è errata. L'app Photomath (che analizza i testi a partire da un'immagine) si limita a rispondere "non siamo riusciti a riconoscere il tuo problema", senza aggiungere ulteriori indicazioni. Anche ChatGPT fornisce la stessa risposta, senza ulteriori specificazioni. Alla fine, Copilot e Gemini tentano di tracciare il disegno premettendo di aver operato le correzioni agli errori: Gemini fornisce anche i codici python, mentre Copilot si limita al disegno. Nella immagine che segue, il confronto tra ChatGPT, i due disegni

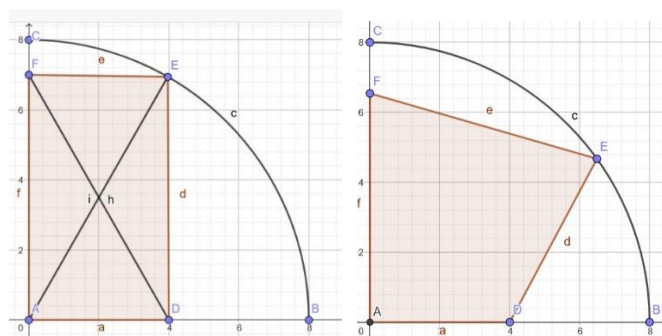
di Gemini e Copilot, graficamente errati perché le correzioni operate sono semanticamente errate. Solo la soluzione con Geogebra dimostra chiaramente la falla nel testo: dovendo scrivere manualmente le coordinate dei vertici del triangolo, il software determina la lunghezza dei segmenti e l'ampiezza degli angoli, i cui risultati collidono con il testo originale.

Figura 3: comparazione tra Chat GPT, Copilot, Gemini



Testo C: Questo testo presenta numerose ambiguità: in primo luogo, in concetto di poligono inscritto dovrebbe riferirsi ad una circonferenza intera e non ad una sua porzione; in secondo luogo: nella costruzione del quadrilatero, spesso studenti e docenti risolvono con la scelta di un rettangolo, ma si tratta di un bias interpretativo del testo che porta ad un bias percettivo. A partire dalla base (metà del raggio) si procede in verticale fino a toccare il quarto di cerchio (coerentemente con il testo: chiede che un vertice tocchi l'arco); avendo precedentemente proceduto in orizzontale (base) e in verticale (altezza), istintivamente si tende a chiudere il quadrilatero con il lato superiore parallelo alla base e ortogonale all'altezza; quindi, il risultato finale è un rettangolo. In tal modo la soluzione è semplice, come emerge da GeoGebra. Poiché le diagonali di un rettangolo sono uguali, la risposta al quesito si trova facendo coincidere la lunghezza della diagonale con il raggio (figura 4, soluzione di sinistra).

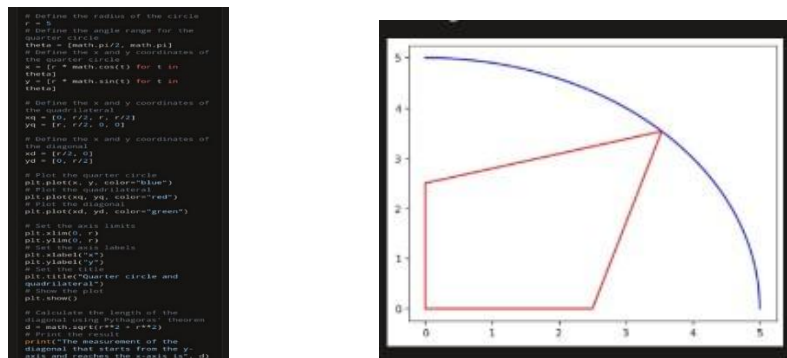
Figura 4: soluzioni al testo “C” con GeoGebra



Ma: si potrebbe procedere diversamente, poiché nel testo non c'è alcuna prescrizione di toccare l'arco di circonferenza procedendo ortogonalmente all'asse delle ascisse; allo stesso modo, il lato superiore del quadrilatero potrebbe non essere parallelo all'asse delle ascisse, quindi toccare l'asse y in qualunque punto. In tal modo risulterebbe un quadrilatero irregolare, per il quale non posso determinare nulla di più con i dati disponibili (figura 4,

soluzione a destra). Non abbiamo miglior fortuna con Copilot o Gemini, nemmeno operando la traduzione in codici sorgente prima della richiesta di produrre l'immagine. Infatti: il problema non risiede nella traduzione del testo del problema in un codice accessibile da parte della GenAI, ma dalle scelte interpretative che l'intelligenza umana può operare precedentemente. Nella figura seguente si mostra l'output grafico di Copilot con i codici sorgente, frutto di precise scelte da parte degli insegnanti.

Figura 5: script in python e soluzione grafica di Copilot



2.3 Sintesi intermedia: gli errori sono “perle preziose”

I tre esercizi analizzati nel presente articolo sono casi presi dai libri di testo, oppure sono situazioni create durante le ore di matematica che i docenti hanno scelto di non liquidare come “sbaglio”, ma di analizzare la struttura del testo e della procedura. Nel primo caso, il modo di procedere è corretto da un punto di vista algebrico, ma manca la consapevolezza del significato dei simboli con cui si opera; nel secondo caso, Camilla cerca una soluzione algebrica ad un problema ideato per via grafica: il contenuto del problema è approssimativo; pertanto, rivela essere incoerente tra la sua struttura grafica e quella semantica. Il terzo problema contiene delle ambiguità (il concetto di quadrilatero inscritto in una porzione di circonferenza è un enunciato geometricamente discutibile) e perviene ad infinite soluzioni, purché le si sappia argomentare: la diagonale costruita a partire dall'asse delle ordinate e che termina su quello delle ascisse è determinabile solo se si fanno delle scelte precise; in altri casi non è possibile. Se il docente coglie l'opportunità offerta dagli errori, lo studente è disposto a cercare le motivazioni al proprio “vagare senza meta” e a metterlo in discussione: così come mette il massimo dell'impegno a cercare una soluzione, allo stesso modo è disposto ad abbandonare una procedura rigida e ad utilizzare il dubbio come momento di crescita. L'errore in matematica sottende aspetti cognitivi di assoluto interesse: ogni studente, nel momento in cui è impegnato a risolvere un compito matematico, impegna tutto sé stesso; nessuno studente sbaglia per il deliberato obiettivo di fallire. L'errore è realmente da intendersi nell'etimologia latina della parola *errare*, cioè di “vagare cercando la meta”: molto spesso questi errori servono per decodificare la struttura cognitiva



degli studenti, altre volte mostrano soluzioni euristiche del tutto inedite, anche se talvolta poco funzionali. Il ruolo dell'errore in matematica va riconsiderato: sono perle preziose perché aiutano a comprendere molto delle persone che li fanno, come i ragazzi durante il PCTO ci hanno dimostrato. Inoltre, i libri di testo contengono alcune imprecisioni, così come le piattaforme di GenAI sono soggette a numerosi bias: la caccia all'errore attraverso la GenAI diventa un'esperienza illuminante quando gli studenti si rendono conto che il tipo di risposta che possono ottenere dipende strettamente dal tipo di *prompt* che forniscono alle piattaforme di GenAI. Lo stesso quesito presentato in forma grafico-visiva (jpg o altro), espresso in linguaggio naturale, espresso in codici sorgente fornisce degli *output* differenti. Comprendono di non doversi fidare a priori della tecnologia e che il linguaggio utilizzato riveste un'importanza fondamentale.

3. Matematica per ciechi, o “ciechi” per la matematica?

Nel corso dell'ottavo e nono ciclo del TFA presso l'Università di Verona, nell'ambito dei laboratori di “Didattica per le minorazioni sensoriali”, con alcune classi di specializzazione per la scuola secondaria di primo e secondo grado si è proceduto ad analizzare alcune questioni di accessibilità relative ai libri di testo digitali e ad alcune applicazioni web. Utilizzando come linee guida la normativa del *World Wide Web Consortium* (W3C) e la *Web Content Accessibility Guidelines* (WCAG) si è proceduti a verificare alcune caratteristiche. I docenti in formazione hanno sintetizzato quanto rilevato, producendo dei siti web accessibili, riportati in bibliografia.

- Libri digitali = libri accessibili?
- L'IA fa parte del Web accessibile?

In questo primo processo di valutazione ne è emersa una realtà fortemente disomogenea.

3.1 *Digitale ≠ accessibile*

Gli studenti ciechi o ipovedenti utilizzano delle interfacce grafiche per ingrandire le immagini a video o per modificare il contrasto, oppure utilizzano degli *screen-reader* (sintesi vocale) per sopperire uditiveamente l'impossibilità di leggere direttamente a schermo. Buona parte di questi strumenti sono già disponibili nei diversi dispositivi – anche con differenti sistemi operativi – nella sezione “accessibilità” del pannello di controllo. Nei libri di testo digitali, purtroppo, l'ostacolo più grande è rappresentato dalla disomogeneità delle offerte editoriali: per quanto ogni testo digitale sia risultato accessibile secondo la normativa di riferimento, ogni casa editrice spesso propone la propria modalità di accesso: alcune offrono la “app”, altre la versione web, altre ancora la versione “pdf accessibile”. Il problema di fondo è costituito proprio dalla frammentarietà della proposta: uno studente



cieco è costretto a cambiare applicazione ogni qual volta usa un libro diverso, con grande dispendio di tempo per impostare il proprio PC o tablet a seconda del testo utilizzato, oppure durante lo studio nel passaggio da un testo all'altro. Nello specifico, i testi di matematica hanno caratteristiche di accessibilità ulteriori, la cui logica si è compresa in corso d'opera: gli *alternative text* che descrivono le immagini non sono sempre esaustivi; la quantità di contenuti per ogni pagina è spesso eccessiva, specie le sezioni dedicate agli esercizi; gli esempi e gli esercizi-guida talvolta portano casi notevoli e lasciano gli altri esercizi alla soluzione degli studenti, dando per scontato che ci riescano. Per gli studenti ciechi e ipovedenti la matematica è realmente “invisibile”, un muro impenetrabile che i vari tentativi di renderla accessibile non hanno portato ad alcun risultato stabile. L'idea di rendere “visibile” qualcosa a chi non può vedere non è l'approccio giusto: a chi non vede, non interessa “vedere l'invisibile”, interessa capire il significato profondo della matematica, che non può essere solo “visione” (una prospettiva ideata dai “vedenti”), ma “linguaggio”, espressione coerente di un pensiero. I testi di matematica per i ciechi sono rari, uno di questi è “L'insegnamento della matematica ai ciechi” di José Enrique Fernández del Campo. Non vi sono immagini (pochissime), la matematica è espressa come un linguaggio che si impara come una seconda lingua: con i suoi simboli, la sua grammatica, la sua sintassi, la sua logica. Studiare la matematica con i ciechi sovverte la didattica tradizionale; la matematica esprime la realtà con un suo linguaggio proprio: crearsi delle immagini è solo una delle possibili interpretazioni.

3.2 *La IA fa parte del web accessibile?*

La Direttiva (UE) 2024/1689 sull'Intelligenza Artificiale non contiene un elenco esaustivo di specifiche tecniche per ciechi o sordi, ma stabilisce un quadro normativo che mira a garantire che i sistemi di intelligenza artificiale siano sviluppati e utilizzati in modo etico, responsabile e inclusivo, vietando pratiche dannose e imponendo requisiti di trasparenza e supervisione che dovrebbero favorire l'accessibilità per le persone con disabilità. In realtà, sono evidenti alcune distorsioni: il layout di queste piattaforme è disegnato per i vedenti, spesso un cieco non è in grado di trovare gli strumenti dove si aspetterebbe; in secondo luogo: le descrizioni delle immagini (gli *alternative text*) sono spesso scritti da persone vedenti che non sanno come descrivere le cose ai non vedenti, non avendo idea di ciò che i ciechi possono o non possono vedere, di ciò di cui hanno bisogno – o meno - di sapere. Infine, spesso tali piattaforme hanno degli evidenti bias nei confronti dei non vedenti, considerati talvolta con pietismo o con eccesso di abilismo (Adnin & Das, 2024, p.10 e succ.).

3.3 *La GenAI può creare didattica inclusiva per le minorazioni sensoriali?*

Riprendendo la definizione di K. Devlin (1998), la matematica è considerata un modo per “rendere visibile l'invisibile”, buona parte



dell'approccio alla matematica degli ultimi decenni si è fondato su questo presupposto visuo-centrico. Ma è corretto? Perché in tanti decenni di didattica della matematica nelle scuole si è impostata la didattica per rendere visibile ciò che non lo è? Gli studenti ciechi hanno pagato un prezzo altissimo per questa impostazione: dover comprendere attraverso adattamenti lessicali ciò che per tutti gli altri era comprensibile usando il senso della vista. In questa sperimentazione, la matematica è stata approcciata come un linguaggio; gli studenti ciechi non possono comprenderne la logica solamente attraverso gli *alternative text*: questi sono generati per spiegare una certa struttura matematica impostata con logica visuale e portano a rischiose approssimazioni. Per uno studente cieco, un enunciato matematico si analizza decodificando la sequenza di antecedenti e conseguenti che lo compongono: se la struttura è lineare e coerente, questo acquista un significato descrittivo e operativo. Le difficoltà maggiori sono rappresentate da una coerenza interna non sempre presente negli enunciati presi in analisi dai libri di testo; in secondo luogo, la lunghezza delle sequenze: come dimostrato da Dehaene (1998) il cervello umano non è strutturato per gestire lunghe sequenze di azioni, affaticando velocemente la memoria di lavoro; l'eccessiva lunghezza è una delle principali fonti di errori procedurali.

Gli stessi studenti ciechi giungono ad una conclusione molto pratica: il tipo di risposte che si possono ottenere dalle piattaforme di Intelligenza Artificiale dipendono in stretta misura dal modo con cui si pongono le domande: ottenere soluzioni errate deriva dal porre male la questione iniziale. Considerare la matematica come un linguaggio, una lingua straniera di cui apprendere simbologia, grammatica, sintassi e semantica la renderebbe più inclusiva, una vera e propria narrazione rispetto alla quale ognuno può trovare la sua traduzione. Diversamente, cercare di creare matematica inclusiva traducendo in testo la sua parte visiva sarebbe come "leggere un testo tradotto" già molte volte: le distorsioni aumentano. Dai resoconti raccolti dagli insegnanti coinvolti nella presente sperimentazione emergono dei risultati promettenti per future ricerche: studiare matematica con la GenAI porta gli studenti a investire maggiori risorse cognitive sul significato delle strutture che stanno studiando, sapendo che l'AI è un utile supporto per la parte più faticosa (i calcoli e le dimostrazioni), nonostante la consapevolezza dei limiti. In secondo luogo, la ricerca e l'analisi degli errori attraverso l'AI coinvolge gli studenti in un processo metacognitivo stimolante e del tutto privo di quel giudizio che potrebbero sentire da parte del docente.

4. Conclusioni

Si tratterebbe di ripensare la didattica della matematica, un'operazione che già i docenti specializzati sul sostegno devono fare per rendere accessibile la matematica ai soggetti con neuro-atipicità. C'è ancora molto da fare: nelle scuole secondarie la matematica si insegna spesso ancora nella sua divisione



dicotomica tra algebra e geometria, con libri di testo distinti e ore di lezione dedicate, come se si trattasse di due materie complementari ma distinte. La GenAI si sta rivelando promettente, nella misura in cui consente ai docenti di cambiare radicalmente il modo di concepire l'insegnamento, purché si sappiano superare alcune resistenze e bias attorno all'uso dell'Intelligenza Artificiale, un'evoluzione simile a quella già vissuta alcuni decenni fa con l'introduzione dell'informatica e delle calcolatrici scientifiche. In un momento storico in cui era ancora importante saper fare i calcoli senza sbagliare, informatica e calcolo automatico erano strumenti spesso visti con la diffidenza di chi andava a soppiantare le umane abilità di calcolo. Ora il contesto è simile: spesso gli strumenti di GenAI sono accusati di essere un *high-tech plagiarism* per la difficoltà di capire che cosa dipenda dalle abilità di chi studia e che cosa dalle abilità della tecnologia. Ma: come la prima rivoluzione tecnologica dovuta ai calcolatori ha permesso di spostare la didattica della matematica dai calcoli alle strutture, ora la GenAI può permettere di passare dalle strutture ai linguaggi con cui sono descritte, in un modo più accessibile a tutti. Gli studenti ciechi già lo fanno, perché per loro è l'unica alternativa possibile.

Concludendo con un contributo di Lim (Lim et al., 2023, p.9), «gli strumenti di intelligenza artificiale generativa come Bard, ChatGPT e DALL-E stanno aprendo nuove frontiere che influenzeranno il modo in cui apprendiamo, interagiamo e lavoriamo gli uni con gli altri, costringendoci quindi a reinventare le pratiche esistenti per essere preparati e rimanere rilevanti in futuro. La nostra esperienza di lavoro con gli strumenti di intelligenza artificiale generativa suggerisce che è importante che gli utenti siano (i) completi e specifici nei suggerimenti, il che può comportare (ii) il ridimensionamento (ad esempio, chiarire con esempi, domande strutturate) e (iii) tenere presente i limiti della tecnologia al fine di definire le aspettative e garantire i migliori risultati (lezioni) [...]. Gli enti e le istituzioni educative devono abbracciare un cambiamento culturale quando si tratta di intelligenza artificiale generativa e tecnologie simili ritenute “dirompenti”. Come la storia ha dimostrato, i divieti potrebbero non essere efficaci come previsto; pertanto: la governance e la regolamentazione strategica sono fondamentali per un'integrazione senza soluzione di continuità. Tuttavia, potrebbe essere necessario ripensare anche il modo in cui gli enti e le istituzioni educative concettualizzano la cattiva condotta accademica, che è un compito molto più grande e impegnativo rispetto a scrivere l'uso e l'abuso dell'IA nelle politiche. Ultimo ma non meno importante, l'attuale narrativa sulla cattiva condotta accademica pone l'onere completamente sugli studenti di non impegnarsi in pratiche e comportamenti non etici e disonesti. La linea di fondo è che ci si aspetta che gli studenti imbrogolino e quindi non ci si può fidare: il linguaggio politico è chiaro su questo. Gli studenti sono avvertiti di gravi punizioni in caso di scoperta, dalla sospensione all'espulsione. Sosteniamo che è giunto il momento di cambiare questa narrativa a favore di una che evidenzia una responsabilità distribuita quando si tratta di cattiva condotta accademica,



ovvero i leader, gli amministratori, gli educatori e gli studenti devono condividere la responsabilità. Gli enti e le istituzioni educative dovrebbero pertanto stanziare risorse adeguate a sostenere il personale e gli studenti nell'affrontare efficacemente le sfide legate all'IA generativa e ottimizzare le opportunità offerte dai suoi strumenti.»

References

- Adnin, R., Das, M. “I look at it as the king of knowledge: how blind people use and understand generative AI tools”, *Assets '24*, October 27-30 2024, St John's, NL, Canada;
<https://doi.org/10.1145/3663548.3675631>
- Cristianini, N. (2023). “La scorciatoia”. Il Mulino, Bologna.
- Cristianini, N. (2024). “Machina sapiens”. Il Mulino, Bologna.
- Cristianini, N. (2025). “Sovrumano”. Il Mulino, Bologna.
- Dehaene, S. (2000). “Il Pallino della Matematica”, Oscar Mondadori, Milano.
- Del Campo, J.E.F. (2000). “L'insegnamento della matematica ai ciechi”. Biblioteca italiana per ciechi “Regina Margherita” onlus, Monza.
- Devlin, K. (2002). “Il Linguaggio della Matematica”, W.H. Freeman and Company, New York 1998; Ed. It. Bollati Boringhieri, Torino (2002), prologue, p. 23
- Dean, W., Naibo, A., “Artificial Intelligence and inherent mathematical difficulty”,
<https://arxiv.org/abs/2408.03345>, <https://doi.org/10.48550/arXiv.2408.03345>
- Enzesemberger, H.M. (1998). “Il mago dei numeri”, Einaudi, Torino.
- European Commission: Directorate-General for Communications Networks, Content and Technology and Grupa ekspertów wysokiego szczebla ds. sztucznej inteligencji, *Ethics guidelines for trustworthy AI*, Publications Office, 2019,
<https://data.europa.eu/doi/10.2759/346720>
- Guedj, D. (1998). “Il teorema del pappagallo”. TEA, Milano.
- Guedj, D. (2003). “La chioma di Berenice”. TEA, Milano.
- Lagrange, J.B., Richard, P.R., Vélez Melòn, M.P., Van Vaerengerh, S., “Design digital environments for mathematical education: the contribution of intelligence techniques”, August 2023, <https://www.researchgate.net/publication/373430520>, DOI: 10.1007/978-3-030-95060-6_37-1
- Lim, W.N., A. Gunesekara, Pallant, J.L, Pallant, J.I., Pechenkina, E. “Generative AI and the future of education: Ragnarök or reformation? A paradoxical perspective from management educators”, *The International Journal of Management Education* (21), 2023,
<https://doi.org/10.1016/j.ijme.2023.100790>
- Moore, L. (2016). “Il mondo invisibile”. NN edizioni, Milano

Schiavetti, E., Corsi, F., (2020). “I numeri che fanno crescere”. QuiEdit, Verona

Smith, A., Min, W., Mott, B.W., & Lester, J.C. (2015). Diagrammatic student models: Modeling student drawing performance with deep learning. In International Conference on User modeling, Adaptation, and Personalization, pp. 216–227. Springer.

Tahan, M. (1996). “L’uomo che sapeva contare”. Salani, Firenze

Ocse Pisa 2022: sintesi dei risultati degli student italiani: https://invalsi-areaprove.cineca.it/docs/2024/Indagini%20internazionali/RAPPORTI/Sintesi_Risultati_PISA_2022_.pdf

Intervista al ministro G. Valditara, 17 novembre 2022:
https://www.corriere.it/scuola/secondaria/22_novembre_17/da-dieci-anni-scuola-immobile-valditara-matematica-si-cambia-847f737c-66a2-11ed-a222-843a540a9cec.shtml

Regolamento UE 1689/2024 “Regole armonizzate sull'intelligenza artificiale e modifica i regolamenti (CE)n, 300/2008, (UE) n, 167/2013, (UE) n, 168/2013, (UE) 2018/858, (UE) 2018/1139 e (UE) 2019/2144 e le direttive 2014/90/UE, (UE) 2016/797 e (UE) 2020/1828 (regolamento sull'intelligenza artificiale)”: https://eur-lex.europa.eu/legal-content/IT/TXT/PDF/?uri=OJ:L_202401689

D.M 30 settembre 2011 “Criteri e modalita' per lo svolgimento dei corsi di formazione per il conseguimento della specializzazione per le attivita' di sostegno, ai sensi degli articoli 5 e 13 del decreto 10 settembre 2010, n. 249.”
<https://www.gazzettaufficiale.it/eli/id/2012/04/02/12A03796/sg>

The World Wide Web Consortium (W3C): <https://www.w3.org/>

Web Content Accessibility Guidelines (WCAG): <https://www.wcag.com/>

Piattaforme di AI generative consultate durante la sperimentazione:

<https://smodin.io/>

<https://socratic.org/>

<https://www.wolframalpha.com/>

<https://www.popai.pro/>

Sito “Didattica per le disabilità sensoriali” del gruppo 17 TFA IX ciclo presso Università di Verona:
<https://sites.google.com/view/classe-17>

Sito “Didattica per le disabilità sensoriali” del gruppo 10 TFA VIII ciclo presso Università di Verona: <https://lucast875.wixsite.com/ipovisionetfavr10>

Un ringraziamento particolare ai gruppi TFA: 10 e 11 ottavo ciclo, 4, 9 e 17 del nono ciclo. Una menzione speciale a Camilla, Federico e Viola, studenti della scuola secondaria, per aver guidato pazientemente i docenti nella comprensione della matematica. E ai loro genitori, per la grande fiducia.